**Analiza Algoritmilor - Test 2**

## Seria CA - 19.01.2015

1. (2.5p) Găsiţi un invariant care explică funcţionarea următorului algoritm (0.5p) şi demonstraţi corectitudinea acestuia (2p):

Algoritm(a,d)

r ‹- a;

q ‹- 0;

while r >= d {

r ‹- r - d;

q ‹- q + 1;

}

1. (3p) Fie tipul de date T LIST definit prin constructorii de bază:

[] : -> T LIST

[a] : T -> T LIST

a::l : T X T LIST -> T LIST

Se consideră operatorii:

head(l) : T LIST \ [] -> T

head([a]) = a

head(a::l) = a

range(l) : T LIST -> BOOL

range([ ]) = false

range([a]) = a==1

range(a::l) = (a-1 == head(l)) && range(l)

sum(l) : T LIST -> ℕ

sum([ ]) = 0

sum([a]) = a

sum(a::l) = a + sum(l)

Demonstraţi următoarea proprietate prin inducţie structurală:

range(l) -> sum(l) == head(l) \* (head(l) + 1) / 2

1. (2.5p) Fie problema HITTING\_SET: Date fiind o mulţime *X = {x1, x2, ..., xn}*, o colecţie *S = {S1, S2, ..., Sm}*  de submulţimi ale lui *X* şi un număr natural *k*, există un subset *H ⊆ X*, *|H| = k,* astfel încât *H*∩*St ≠ ∅* pentru orice *t = 1…m*. Scrieţi un algoritm nedeterminist care rezolvă HITTING\_SET (2p). Precizaţi complexitatea algoritmului (0.5p).
2. (2p) Arătaţi că VERTEX\_COVER ≤p HITTING\_SET.

VERTEX\_COVER:Dându-se un graf *G = (V, E)* şi un intreg *k’*, există un subset *V’* de noduri a.î. *|V’|* ***=*** *k’*, iar fiecare muchie din *E* are cel puţinun capăt în *V’* ?

1. (1.5p) Fie problemele de decizie *Q1, Q2, Q3, Q4*. Se ştie că *Q2 NP, Q3*  *NPC, Q4*  *P,* iar în plus am reuşit să demonstrăm că *Q1≤pQ2, Q3≤pQ4.* Ce puteţi spune despre relaţiile dintre clasele de probleme *P, NP* şi *NPD* în această situaţie? Justificaţi.